УДК

Сечения тормозного излучения электронов при их рассеянии на кулоновом центре   
в присутствии «интенсивного» внешнего поля

В.И. Крылов2, И.Н. Егоршин1, В.В. Насыров1

1ФГБОУ ВО ТОГУ

2ФГБОУ ВО ДВГУПС

Аннотация В работе показано, что появление внешнего электрического поля может привести к заметному изменению интенсивности тормозного излучения электронов при их рассеянии на кулоновом центре, находящемся во внешнем неоднородном электрическом поле. Были найдены сечения тормозного излучения, отнесенные к элементу частоты излучаемого фотона.

Ключевые слова тормозное излучение, рассеяние во внешнем поле.

В работах [1-2], было показано, что при столкновении заряженных частиц друг с другом в однородном электрическом поле, даже слабом по сравнению с атомным, дифференциальное сечение тормозного излучения, найденное в дипольном приближении, может заметно отличаться от сечения определенного для случая, когда такое поле отсутствует. В данной работе мы определим в первом борновском приближении сечения тормозного излучения электронов, рассеивающихся на кулоновом центре, находящемся в «интенсивном» неоднородном электрическом поле. Считаем, что рассеяние электронов происходит на тяжелом ионе с большим зарядовым числом. Тогда, учитывая неравенство  и результаты работы [3], будем пренебрегать вкладом в сечение фотонов, излученных электронами при их взаимодействии с внешним электрическим полем. Под интенсивным внешним полем мы будем понимать электрическое поле, локализованное в малой области пространства (вдоль его напряженности). Потенциальную энергию электрона в таком поле выберем в виде прямоугольной «ступеньки»:



Соответствующий матричный элемент, определяющий сечение излучения фотона нерелятивистским электроном, имеет вид [5] (мы используем атомные единицы):

, (1)

где

, (2)

*V* – нормировочный объем фотона; и  – волновые функции начального и конечного состояния электрона; – вектор поляризации фотона; ω – частота фотона.

Сначала рассмотрим излучение фотонов электронами, находящихся в начальных состояниях с волновыми функциями

, (3)

где  (4)

и переходящие, как в состояния с функциями вида (3), так и в состояния с волновыми функциями

 (5)

, (6)

Подставляя (3) с начальными и конечными значениями  и  в (1), получим после перехода к цилиндрическим координатам :

 , (7)

(8)

где угол  отсчитывается между осью  и , а  отсчитывается между осью  и .

После подстановки в (8) разложения экспоненты по функциям Бесселя [4]

 (9)

и интегрирования по , поручим:

(10)

Входящие в (10) интегралы свелись к двум:

 (11)

, (12)

которые можно взять, используя выражение [3]:

. (13)

Для определения интеграла (11) продифференцируем обе части равенства (13) по координате , которая в этом выражении является параметром. Такая операция законна, так как интеграл (13) абсолютно сходящийся. В результате получим:

 (14)

Для взятия интеграла (12) разделим обе части соотношения (14) на –*z*:

 (15)

и обе части выражения (15) продифференцируем по :

 (16)

где штрих над функцией Бесселя означает дифференцирование по ее аргументу. Теперь, используя известное рекуррентное соотношение для функций Бесселя: , и то, что , а значит , окончательно находим:

. (17)

Подставляя интегралы (14) и (17) в выражение (10), получим:

 (18)

Выражение  можно записать как , а , где **k** – единичный вектор, направленный вдоль оси*z*, тогда:

 (19)

Используя функцию (2)

 (20)

где ; (21)

. (22)

Нормируя функцию (20) на дельта-функцию, получим, используя выражение (13):

. (23)

Подставляя в (23) выражения (21) и (22), найдем:

. (24)

Введем, тогда простые, но громоздкие вычисления приводят к следующему результату:

 (25)

где , .

Первое слагаемое в фигурной скобке (25) (с множителем, содержащим ) равно интегралу . Второе слагаемое совпадает с интегралом . Следовательно,

(26)

Тогда матричный элемент (2.6.7) можно записать в виде:

 (27)

Суммируя  по поляризациям фотона (т.е. усредняя по поляризациям   
с использованием формулы [5], где, и умножая на 2, так как фотон имеет две независимые поперечные поляризации, получим

 (28)

Выражения



и  будут равны 8π/3, если проинтегрировать (28) по сферическим координатам  и  волнового вектора фотона с весом . Выражение же , содержащие  и  в первой степени, после такого интегрирования обратится в ноль.

Для определения сечения излучения тормозного фотона) с волновым вектором , лежащим в элементе телесного угла , отнесенного к элементу частоты  и элементу  объема  пространства излучающего электрона, воспользуемся формулой

 (29)

где .

Подставляя в (29) выражение (28), а также учитывая, что



где ,,  и  – сферические координаты формально введенного волнового вектора электрона (в его конечном состоянии) с компонентами , то после интегрирования (29) по ,  и устранения дельта-функции, получим сечение отнесенного к:

. (30)

Из соотношений (25) и (26) следует, что  и не зависят от угла , тогда получим дифференциальное сечение, отнесенное к элементу частоты :

# , (31)

где , и, в соответствии с областью применимости функций , должно выполняться условие

, (32)

# что и определяет величину ,а также интервал частоты: . Кроме того, условие применимости функцийсоответствует неравенству.

Для переходов в состояния, определяемые волновой функцией:



находим сечение  также как и :

# , (33)

где

;;

;

;



 ;

.

Выражения (31) и (33) имеют смысл для частот излучаемых фотонов, удовлетворяющих одному и тому же условию (32) и значению параметра . Следовательно, дифференциальное сечение излучения фотона в интервал частот: при переходе электрона в состояния, соответствующих одному и тому же интервалу параметра η,должно определяться суммой выражений (31) и (33):

# . (34)

Нетрудно проверить, что при*U*0 =0 выражение (34) переходит в хорошо известную формулу дифференциального сечения тормозного излучения электронов, рассеивающихся на неподвижном кулоновом центре, которая в атомных единицах при  имеет следующий вид [48]:

# . (35)

Если, при излучении фотона, электрон переходит в состояния с , то его волновая функция будет определяться выражением:



где ,.

В этом случае сечение излучения фотона, отнесенное к элементу частоты, будет определяться формулой:

# , (36)



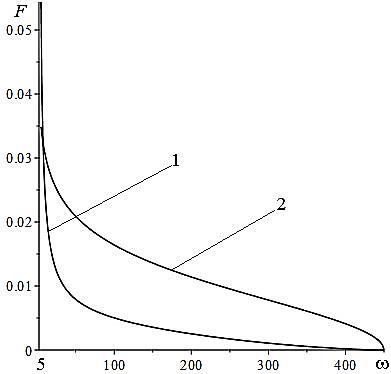


Сечение (отнесенное к элементу частоты) для переходов электронов при их излучении фотонов будет определяться суммой выражений (34) и (36), когда ω1< 1. При частотах, когда формально ω 1> 1, сечение будет определяться выражением (36) с ω 1= 1. Интегрирование в этих выражениях приводит к очень громоздким и ненаглядным формулам. Здесь мы ограничимся графическим сравнением функций , при , и

,

при  и на интервале частоты , когда , и на интервале частоты , когда .

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\izdvo4\Desktop\199.jpg | C:\Users\izdvo4\Desktop\200.jpg |
| *Рис. 1.* Функции *F*1 при *kzi* = 30 и *U*0 = 445 | *Рис. 2*. Функции *F* при *kzi* = 30 |



*Рис. 3.* Функции *F*: *1*– кривая соответствует функции *F*1  
при *kzi* = 30 и *U*0 = 445; *2* – кривая соответствует функции *F*

Из рис. 1-3 следует, что появление внешнего электрического поля может привести к заметному изменению интенсивности тормозного излучения электронов при их рассеянии на кулоновом центре, находящемся в таком поле. Отметим, что, как и в [1], где рассматривалась подобная задача, но только с однородным внешним полем, мы считали малым вклад в излучение фотона электроном его взаимодействие с внешним неоднородным электрическим полем. Следовательно, изменение сечения в настоящей теории происходит только за счет изменения средней плотности зарядов излучающих электронов при их взаимодействии с внешним полем. В [1] не были найдены сечения, отнесенные только к элементу частоты фотона. Поэтому сравнивать результаты этой работы с результатами, полученными здесь не совсем корректно. Однако, учитывая осцилляционный характер полученных в [1] сечений, можно ожидать, что сечения, отнесенные только к элементу частоты в однородном поле, не так сильнокак здесь отличаются от сечений тормозного излучения фотонов на изолированном кулоновом центре.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Крылов, В.И. Тормозное излучение, возникающее при столкновении частиц во внешнем электрическом поле / В.И. Крылов // Известия вузов. Физика. – 1994. – №7. – С.46–50.
2. Крылов, В.И. Тормозное излучение нерелятивистских электронов, пронизывающих многослойную упорядоченную систему кулоновых центров при наличии внешнего электрического поля / В.И. Крылов, В.В. Хомяков //Прикладная физика. – 2014. – №2. – С. 13.
3. Крылов В.И. **об отсутствии предельного перехода к классической электродинамике в квантовом описании тормозного излучения электрона при его ускорении или торможении интенсивным электрическим пол**е / В. И. Крылов // Бюллетень научных сообщений. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2023.– № 28. – С. 17–28.
4. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики // А.Н. Тихонов, А.А.Самарский. – Москва : Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1953. – 680 с.
5. Берестецкий, В.Б. Квантовая электродинамика / В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. – Москва : Наука, 1989. – 723 с.